

استاد: شیرین تقری

درس: ریاضیات و کاربرد آن در حساباری (۲)

رشته: حساباری

مقطع: کارشناسی

ترم: اول

توضیح: درس در جلسات اول، دوم، سوم از صفت یک تا ده

مشتق علامت / برای غش مشتق به بار می آید
 فرمولهای مشتق:
 هر عددی در نظر بگیریم مشتق آن صفر است

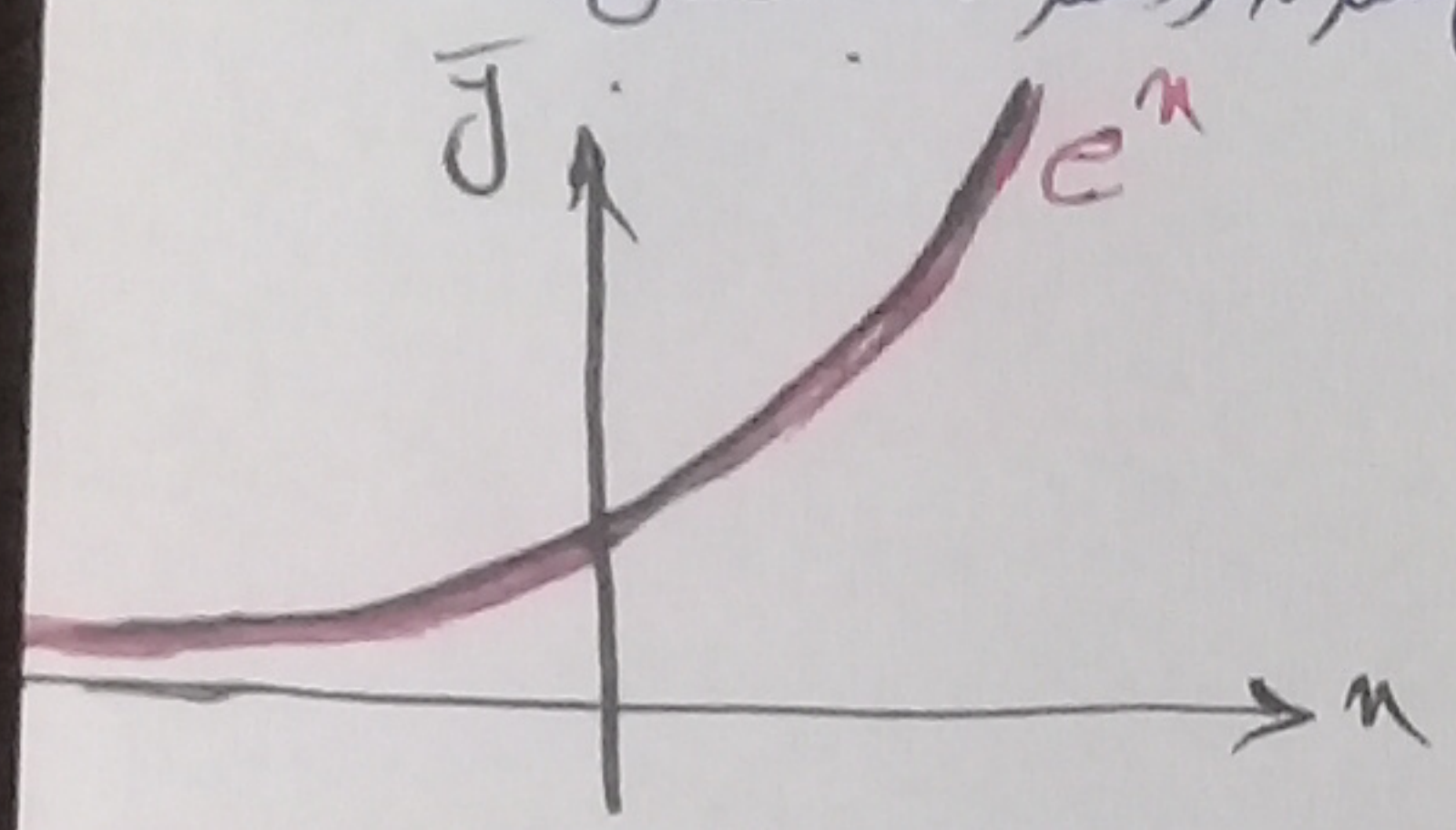
- ۱) $(\text{عدد})' = 0$
- ۲) $(x)' = 1$
- ۳) $(x^n)' = n x^{n-1}$
- مثال: $(x^6)' = 6x^{6-1} = 6x^5$

مثال: $\sqrt[n]{x} = x^{\frac{1}{n}}$ مشتق $(x^{\frac{1}{n}})' = \frac{1}{n} x^{\frac{1}{n}-1} = \frac{1}{n} x^{\frac{1-n}{n}} = \frac{1}{n \sqrt[n]{x^{n-1}}}$

توان مشتق عبارت از در صورت کسر باشد و به فرم کسر مشتق شود علامت مثبت می آید

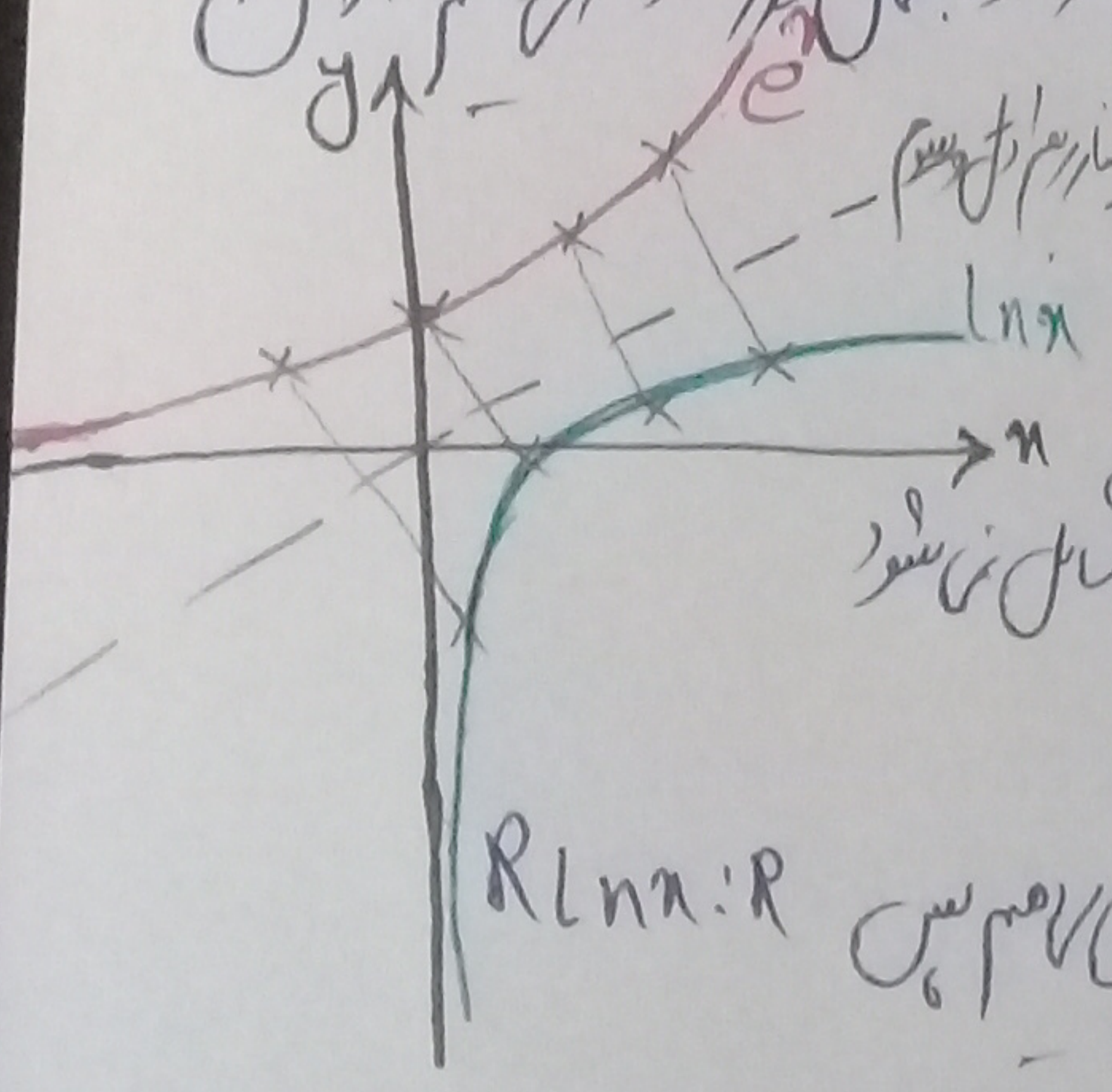
۴) $(e^x)' = e^x$

توضیح: تابع e^x تابع نمایی است که خود را مشتق می کند
 برای غش e^x یعنی (De^x) خود را e^x دارد و در هر x ها مشتق می کشیم به مقدار e^x تا به نهایت می رسد
 یعنی تمام مقادیر e^x تمام اعداد حقیقی را R غش می کشد پس $De^x = R$
 برای غش e^x یعنی (Re^x) خود را e^x دارد و در هر x ها مشتق می کشیم به از بالای صفر تا به نهایت می رسد
 یعنی مقادیر e^x پس $Re^x = (0, +\infty)$ بازه باز از صفر تا به نهایت می کشد



۵) $(\ln x)' = \frac{1}{x}$

توضیح: تابع $\ln x$ تابع لگاریتمی است که برای رسم خود را $\frac{1}{x}$ استفاده می کند
 بسیار به اول رسم می کشیم انحنای $\ln x$ را به طور عمود به نیمه اول رسم می کشیم و به همان اندازه آن را در رسم می کشیم
 خط نقطه دکوا حاصل می شود به با وصل کردن آن ها به هم خود را $\ln x$ حاصل می شود بسیار به اول رسم می کشیم



برای غش $\ln x$ یعنی $(D \ln x)$ خود را $\ln x$ دارد و در هر x ها مشتق می کشیم
 از سمت راست صفر تا به نهایت می کشد از سمت چپ $D \ln x = (0, +\infty)$ بازه باز از صفر تا به نهایت می کشد
 برای غش $\ln x$ یعنی $(R \ln x)$ خود را $\ln x$ دارد و در هر x ها مشتق می کشیم
 از سمت چپ نهایت تا به نهایت می کشد از سمت راست تمام اعداد حقیقی را R غش می کشد پس $R \ln x = R$
 نکته: تابع نمایی e^x و تابع لگاریتمی $\ln x$ معکوس یکدیگرند زیرا $e^{\ln x} = x$ و $\ln e^x = x$

$$6) (\sin x)' = \cos x$$

$$7) (\cos x)' = -\sin x$$

$$8) (\tan x)' = 1 + \tan^2 x = \sec^2 x$$

$$9) (\cot x)' = -(1 + \cot^2 x) = -\csc^2 x$$

$$10) (\sec x)' = \sec x \cdot \tan x$$

$$11) (\csc x)' = -\csc x \cdot \cot x$$

$$\sec x = \frac{1}{\cos x}$$

$$\csc x = \frac{1}{\sin x}$$

انتگرال: عبارت از برعکس انتگرال به کار می رود

تقریب انتگرال: انتگرال و مشتق عکس یکدیگرند. همیشه عبارت انتگرال از عبارت مشتق dx در کنار هم می آید.

$$\int f(x) dx = F(x) \longleftrightarrow F'(x) = f(x)$$

توضیح: در جدول بالا اگر از تابع $f(x)$ در سمت چپ ستون انتگرال بگیریم حاصل تابع $F(x)$ در سمت راست ستون می آید و اگر از تابع $F(x)$ در سمت راست ستون مشتق بگیریم حاصل تابع $f(x)$ در سمت چپ ستون می آید.

$$\int 1 dx = x \longleftrightarrow x' = 1$$

توضیح: از عدد یک انتگرال می گیریم حاصل x می شود و برعکس اگر از x مشتق بگیریم عدد یک حاصل می شود.

$$1) \int 1 dx = x \longleftrightarrow x' = 1$$

$$2) \int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}$$

$$\text{مثال: } \int x^4 dx = \frac{x^{4+1}}{4+1} = \frac{x^5}{5}$$

$$\text{مثال: } \int \sqrt[3]{x^2} dx = \int x^{\frac{2}{3}} dx = \frac{x^{\frac{2}{3}+1}}{\frac{2}{3}+1} = \frac{x^{\frac{5}{3}}}{\frac{5}{3}} = \frac{3}{5} x^{\frac{5}{3}} = \frac{3}{5} \sqrt[3]{x^5}$$

$$3) \int e^x dx = e^x \longleftrightarrow (e^x)' = e^x$$

توضیح: د لیل استاندارد قیاسی: چون قدر مطلق ما مثبت بدل انام و ده

$$2) \int \frac{1}{n} dn = \ln |n|$$

و قیاسی در این باره ما قیاسی $\ln n$ مقوم به $(-\infty, +\infty)$ پس قیاسی مثبت

توضیح: a یک عدد است حقیقی است $(a > 0)$ زیرا $(a < 0)$ پس قیاسی مثبت در $\ln$ نیست

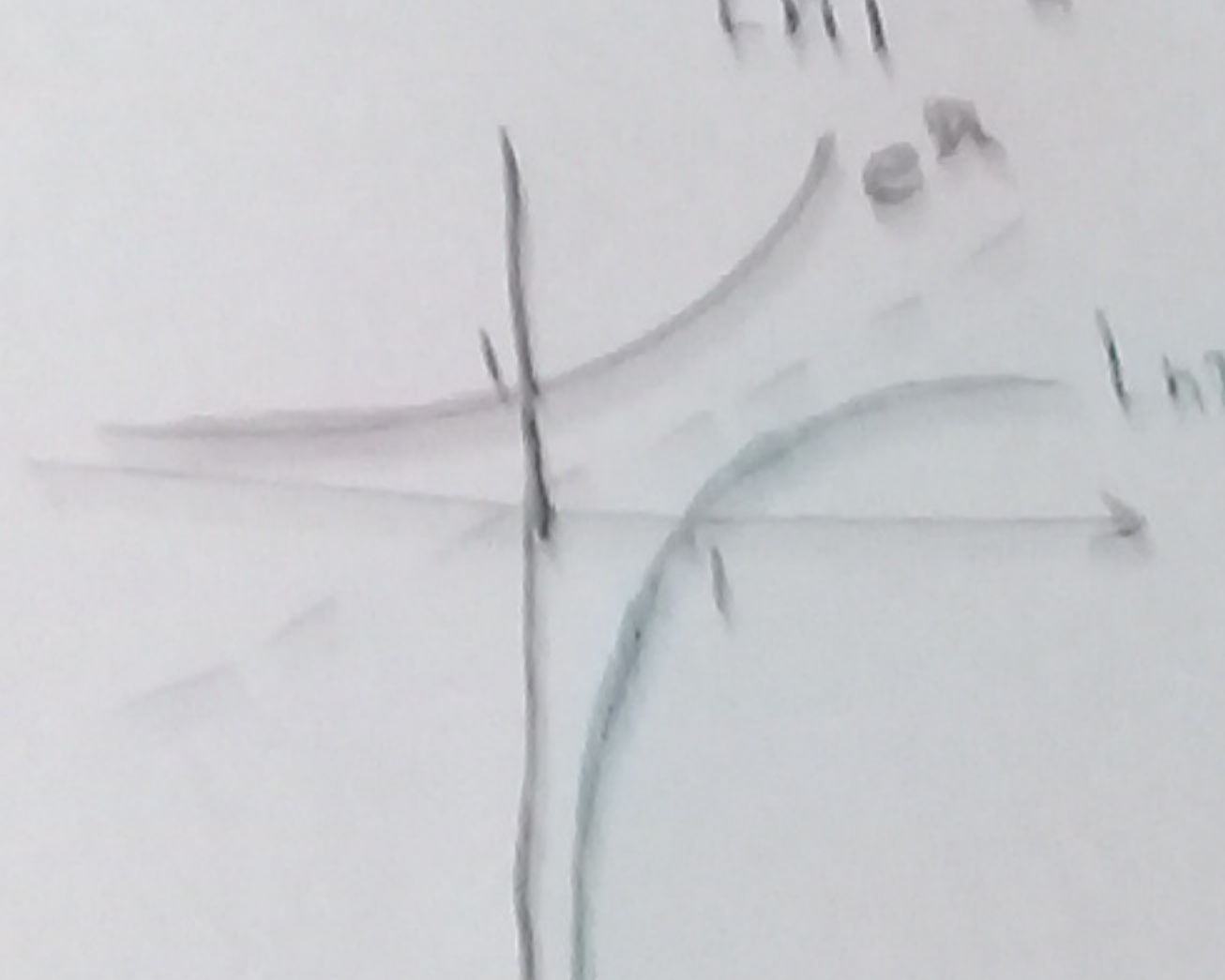
$$3) \int a^n dn = \frac{a^n}{\ln a} \quad (a > 0, a \neq 1)$$

و حالا $a \neq 1$ (عدد یک نباشد) زیرا قیاسی $a = 1$ به جای a می نشاندیم

منفرد در فرم کسر قبول نیست پس $a \neq 1$ را در نظر داریم. غرض از یاد آوری قیاسی

غرض از e^n مقدار صند n به ما در دست از ن ها را می دهی (با e پس $e = 1$)

غرض از $\ln n$ برای مقدار یک از n به ما در صند از n ها را می دهی (با 1 پس $\ln 1 = 0$)



مثال

$$\int a^n dn = \frac{a^n}{\ln a} \quad (a > 0, a \neq 1)$$

$$4) \int \sin n dn = -\cos n \longleftrightarrow (\cos n)' = -\sin n$$

$$5) \int \cos n dn = \sin n \longleftrightarrow (\sin n)' = \cos n$$

$$6) \int 1 + \tan^2 n dn = \int \sec^2 n dn = \tan n \longleftrightarrow (\tan n)' = \sec^2 n$$

$$7) \int 1 + \cot^2 n dn = \int \csc^2 n dn = -\cot n \longleftrightarrow (\cot n)' = -\csc^2 n$$

$$8) \int \sec n \cdot \tan n dn = \sec n \longleftrightarrow (\sec n)' = \sec n \cdot \tan n$$

$$9) \int \csc n \cdot \cot n dn = -\csc n \longleftrightarrow (\csc n)' = -\csc n \cdot \cot n$$

$$10) \int e^{an} dn = \frac{1}{a} e^{an}$$

مثال: $\int e^{-\frac{1}{2}n} dn = \frac{1}{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{1}{2}n}$

مثال: $\int e^{\frac{1}{10}n} dn = \frac{1}{\frac{1}{10}} e^{\frac{1}{10}n} = \frac{10}{1} e^{\frac{1}{10}n}$

مثال: حاصل انتگرال را بیابید

$$1) \int 4x^{15} dx = 4 \int x^{15} dx = 4 \frac{x^{15+1}}{15+1} = \frac{4x^{16}}{16} = \frac{1}{4} \frac{4x^{16}}{16} = \frac{x^{16}}{4}$$

تذکره: در محاسبه انتگرال با ضرایب عدد در انتگرال، عدد از انتگرال خارج می‌شود

$$2) \int 5 \sin x - 17e^x dx = 5 \int \sin x dx - 17 \int e^x dx = 5(-\cos x) - 17e^x = -5\cos x - 17e^x$$

تذکره: در محاسبه انتگرال در جمع یا تفریق، انتگرال را می‌توانیم جداگانه محاسبه کنیم

تعریف: انتگرال معین: انتگرالی که حدود بالا و پایین دارد و حاصل آن عدد است نه یک تابع. a و b به ترتیب از پایه و تا پایه نامیده می‌شوند.

قضیه اساسی حساب دیفرانسیل و انتگرال:

فرض کنیم f در بازه $[a, b]$ پیوسته باشد (یعنی نقطه‌ای نداشته باشد که در آنجا مشتق نداشته باشد). و فرض کنیم F تابع اولیه f باشد.

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

تذکره: در قضیه گفته شد F تابع اولیه است. منظور این است $\int f(x) dx = F(x) + C \rightarrow F(x) = f(x)$ مثلاً توابع داده شده مثال: حاصل انتگرال را بیابید

$$1) \int_0^1 3x^2 dx = 3 \left[\frac{x^{2+1}}{2+1} \right]_0^1 = 3 \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^1 = x^3 \Big|_0^1$$

تذکره

$$= F(1) - F(0) = 1^3 - 0^3 = 1 - 0 = 1$$

تذکره

$$a=0, b=1$$

به صورت ذهنی ابتدا انتگرال را می‌توانیم محاسبه کنیم و بعد از آن انتگرال را می‌توانیم به صورت فرمولی محاسبه کنیم. در این اتحاد داریم و بعد قضیه اساسی حساب دیفرانسیل و انتگرال را می‌توانیم به کار ببریم.

$$2) \int_0^1 3x^2 - 4x + 2 dx$$

حل:

$$= 3 \left[\frac{x^{2+1}}{2+1} \right]_0^1 - 4 \left[\frac{x^{1+1}}{1+1} \right]_0^1 + 2x \Big|_0^1 = 3 \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^1 - 4 \left[\frac{x^2}{2} \right]_0^1 + 2x \Big|_0^1 = x^3 - 2x^2 + 2x \Big|_0^1$$

تذکره: در انتگرال معین، تابع را می‌توانیم به صورت $F(x)$ بنویسیم.

$$= F(1) - F(0) = (1^3 - 2(1)^2 + 2(1)) - (0^3 - 2(0)^2 + 2(0)) = 1 - 2 + 2 = 1$$

تذکره: صفر چهار

تذکره

$$a=0, b=1$$

$$3) \int_1^5 n^4 + \frac{1}{n^2} dn$$

از جدول: $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}$ استوار داریم

$$= \int_1^5 n^4 + n^{-2} dn = \left[\frac{n^{4+1}}{4+1} + \frac{n^{-2+1}}{-2+1} \right]_1^5$$

نکته: $\frac{1}{x^n} = x^{-n}$

$$= \left[\frac{n^5}{5} + \frac{n^{-1}}{-1} \right]_1^5 = \left[\frac{n^5}{5} - \frac{1}{n} \right]_1^5 = \frac{F(5) - F(1)}{5} = \left(\frac{5^5}{5} - \frac{1}{5} \right) - \left(\frac{1^5}{5} - \frac{1}{1} \right)$$

$$= \left(\frac{15625}{5} - \frac{1}{5} \right) - \left(\frac{1}{5} - 1 \right) = \left(\frac{15624}{5} \right) - \left(\frac{1-5}{5} \right) = \left(\frac{15624}{5} \right) - \left(\frac{-4}{5} \right) = \frac{15624 - 4}{5} = \frac{15620}{5} = 3124$$

مثال: $[15, 12] = [15, 12] = 1 \times 1 \times 5 = 5$

یادآوری: کم: کوچکترین ضرب مشترک: عاقل: مشترک مضارب: بزرگترین

مثال: $[12, 18] = [3 \times 2, 2 \times 3] = [2 \times 1^2, 2 \times 3^2] = 2 \times 3^2$

اگر اعداد مشترک و مضارب کم و عاقل مضارب مشترک

$$4) \int_0^2 e^{-\frac{3}{2}x} dx$$

از جدول: $\int e^{ax} dx = \frac{1}{a} e^{ax}$ استوار داریم

$$= \left[\frac{1}{-\frac{3}{2}} e^{-\frac{3}{2}x} \right]_0^2 = \frac{F(2) - F(0)}{-\frac{3}{2}} = \frac{1}{-\frac{3}{2}} \left(e^{-\frac{3}{2}(2)} - e^{-\frac{3}{2}(0)} \right)$$

از جدول: $\frac{1}{-\frac{3}{2}} = -\frac{2}{3}$

$$= -\frac{2}{3} (e^{-3} - e^0) = -\frac{2}{3} (e^{-3} - 1)$$

نکته: $e^0 = 1$

$$\frac{\frac{1}{a} \frac{d}{dx} e^{ax}}{\frac{1}{a} \frac{d}{dx} e^{ax}} = \frac{a e^{ax}}{a e^{ax}} = 1$$

ویژگی های انتگرال معین:

1) $\int_a^a f(n) dn = 0$ ^{نیاید به قضیه ای خاص از انتگرال} دلیل: $\underset{\text{حد بالا}}{F(a)} - \underset{\text{حد پایین}}{F(a)} = 0$

مثال: $\int_3^3 e^{2n} dn = 0$ دلیل: حدود بالا و پایین مادی هم هستند

2) $\int_b^a f(n) dn = - \int_a^b f(n) dn$

توضیح: همیشه باید حد پایین از حد بالا در جمله انتگرال نوشته باشد
در صورت جابه جایی حدود بالا و پایین موجب آنتگرال را در مقیاس ضرب کنیم

مثال:

$\int_{\frac{5}{4}}^{-2} n dn = - \int_{-2}^{\frac{5}{4}} n dn$ ^{فرض} $\frac{1+1}{1+1} \int_{-2}^{\frac{5}{4}} = - \frac{n^2}{2} \Big|_{-2}^{\frac{5}{4}} = - \frac{1}{2} n^2 \Big|_{-2}^{\frac{5}{4}}$

می بینیم $\frac{5}{4}$ و $\frac{1}{4}$ است که از -2 بزرگتر است

پس باید $a = -2$ و $b = \frac{5}{4}$ باشد پس محدود مانی جابه جایی

حاصل آنتگرال را در مقیاس ضرب کنیم

$$= - \frac{1}{2} (F(\frac{5}{4}) - F(-2)) = - \frac{1}{2} (\frac{25}{16} - 4) = - \frac{1}{2} (\frac{25}{16} - \frac{64}{16}) = - \frac{1}{2} (\frac{25-64}{16})$$

$$= - \frac{1}{2} (-\frac{39}{16}) = \frac{39}{32}$$

3) $\int_{-a}^a f(n) dn =$ الف) اگر $f(n)$ فرد باشد $\rightarrow \int_{-a}^a f(n) dn = 0$

ب) اگر $f(n)$ زوج باشد $\rightarrow \int_{-a}^a f(n) dn = 2 \int_0^a f(n) dn$

توضیح: در صورتی که در مورد ویژگی سوم حدود بالا و پایین انتگرال قید شده باشد باید بزرگتر و کوچکتر از هم باشند

توضیح: الف) $f(n)$ فرد است هرگاه به جای n با $-n$ را قرار دهیم و نهایت به $-f(n)$ برسیم یعنی

$f(-n) = -f(n)$ مثال $f(n) = n^5 - n^3 \rightarrow f(-n) = (-n)^5 - (-n)^3 =$

$= -n^5 - (-n^3) = -n^5 + n^3 = -(n^5 - n^3) = -f(n)$

توجه: می توان فرد و زوج را از علامت

دلیل: زیرا مقیاس فرد به مقیاس فرد مثبت

از مقیاس کوچکتر

در صورت مقیاس از n^5 بزرگتر و n^3 کوچکتر

چون $-f(n)$ به رسم تابع فرد است

توضیح: $f(x)$ زوج است هرگاه به جای x ما $-x$ را قرار دهیم تغییری در $f(x)$ نمی‌بینیم $f(-x) = f(x)$

مثال: $f(x) = x^4 \ln(x^2 - 14) \longrightarrow f(-x) = (-x)^4 \ln((-x)^2 - 14) = x^4 \ln(x^2 - 14) = f(x)$
 به جای x ما $-x$ قرار دهیم

چون به خود $f(x)$ بر می‌گردد زوج است

توضیح: در صورتی که تنها حدود بالا را پایش کنترل کنیم باید به زوج و فرد بودن $f(x)$ توجه کنیم

مثال: $\int_{-1}^1 x |x| dx =$ چون $1-0$ و $0-1$ قدرتهای زوج و فرد بودن $f(x)$ مورد توجه است

حل: $f(x) = x|x| \longrightarrow f(-x) = -x|-x| = -x|x| = -f(x)$
 به جای x ما $-x$ قرار دهیم
 به معنی $f(x)$ فرد است پس باید با توجه به ویژگی مورد رسم داریم

$\longrightarrow \int_{-1}^1 x|x| dx = 0$

مثال: $\int_{-6}^6 x^2 (x^4 - 3x^2) dx$ توضیح: حدود $2-6$ و $6-2$ قدرتهای زوج $f(x)$ زوج است باید

حل: $f(x) = x^2(x^4 - 3x^2) = x^6 - 3x^4 \longrightarrow f(-x) = (-x)^6 - 3(-x)^4 = x^6 - 3x^4 = f(x)$
 به جای x ما $-x$ قرار دهیم
 به خود $f(x)$ بر می‌گردد زوج است پس باید با توجه به ویژگی مورد رسم داریم

$\int_{-6}^6 x^6 - 3x^4 dx = 2 \int_0^6 x^6 - 3x^4 dx = 2 \left[\frac{x^{6+1}}{6+1} - \frac{3x^{4+1}}{4+1} \right]_0^6$
 $F(x)$ تابع اولیه

$= 2 \left[\left(\frac{6^7}{7} - \frac{3 \cdot 6^5}{5} \right) - \left(\frac{0^7}{7} - \frac{3 \cdot 0^5}{5} \right) \right] = 2 \left[\frac{6^7}{7} - \frac{3 \cdot 6^5}{5} \right]$

محاسبات تا اینجا کافی است چون از حالت حساب استفاده نمی‌کنیم

تعریف: معادله دفرانسیل: فرضی که در آن متغیرهای x و مشتقاتی از آن بتواند به...

با مشتقاتی متغیر آن را بنویسیم:

۱) $y^{(1)} = \frac{dy}{dx} = y'$ مشتق مرتبه اول y

۲) $y^{(2)} = \frac{d^2y}{dx^2} = y''$ مشتق مرتبه دوم y

۳) $y^{(3)} = \frac{d^3y}{dx^3} = y'''$ مشتق مرتبه سوم y

۴) $y^{(n)} = \frac{d^ny}{dx^n} = y^{(n)}$ مشتق مرتبه n ام y

تعریف: مرتبه معادله دفرانسیل: مرتبه بالاترین مشتق را بنویسیم

مثال: مرتبه معادله دفرانسیل های زیر را بنویسید

۱) $2y'' + y' + 3y = \cos x$

توضیح: عبارت درجه دوم معادله دفرانسیل است چون در مشتقات x درجه دوم

مرتبه معادله دفرانسیل ۲ است (۱) عدد ۲ است چون بیش مشتق مرتبه اول در مشتق دوم طبعاً مرتبه دوم بالاتر

۲) $\left(\frac{d^5y}{dx^5}\right)^4 + 2\frac{d^3y}{dx^3} + 3xy\frac{dy}{dx} + x = 0$

توضیح: در معادله دفرانسیل $\frac{d^5y}{dx^5}$ مرتبه معادله دفرانسیل عدد ۵ است

از این مشتق مرتبه اول درجه دوم داریم، مرتبه دوم نیز مرتبه اول است

تذکره: به توان ۴ توجه نکنیم چون محضاً ما مشتقات است

۳) $3xy^{(7)} + xy^{(4)} - 2xy = 1$

توضیح: برای مرتبه معادله دفرانسیل $\frac{d^7y}{dx^7}$ عدد ۷ را انتخاب کنیم

زیر این مرتبه اول درجه دوم و هفتم باید مرتبه ۷ که مرتبه اول است انتخاب کنیم

۴) $\sin x \frac{d^3y}{dx^3} + \cos x \left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 = 2xy$

توضیح: برای معادله دفرانسیل $\frac{d^3y}{dx^3}$ عدد ۳ را انتخاب کنیم

۵) $e^{2x} \frac{d^4y}{dx^4} + \ln x^3 y^{(7)} - \sin x y^{(12)} = \frac{3}{4}x$

توضیح: مرتبه معادله دفرانسیل ۱۲ است

تذکره: برای یافتن مرتبه معادله دفرانسیل در بیش مشتقات x آنی که در بیش از همه مرتبه است انتخاب کنیم

تعریف: برای حل معادلات تفاضلی که در آن متغیر مستقل x و متغیر وابسته y در طرفین معادله قرار دارند، باید متغیرهای جدیدی را تعریف کرد که در آن متغیرهای جدید، معادله به فرم ساده‌تری درآید.

مثال: معادله تفاضلی $y' + \sin x = 1$ را حل کنید.

حل: معادله را به فرم $y' = 1 - \sin x$ درآوریم. $y' = \frac{dy}{dx}$ است. لذا $\frac{dy}{dx} = 1 - \sin x$ می‌شود.

مرحله اول: $\sin x$ را به فرم $\frac{1}{2}(1 - \cos 2x)$ درآوریم. $\frac{dy}{dx} = 1 - \frac{1}{2}(1 - \cos 2x) = \frac{1}{2}(1 + \cos 2x)$ می‌شود.

حالا dx جای dx است. $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2}(1 + \cos 2x)$ می‌شود. $2 dy = (1 + \cos 2x) dx$ می‌شود.

مرحله دوم: $\int 2 dy = \int (1 + \cos 2x) dx$ می‌شود. $2y = x + \frac{1}{2} \sin 2x + C$ می‌شود. $y = \frac{x}{2} + \frac{1}{4} \sin 2x + \frac{C}{2}$ می‌شود.

مرحله سوم: $y = \frac{x}{2} + \frac{1}{4} \sin 2x + \frac{C}{2}$ می‌شود. $y' = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2x = \frac{1}{2}(1 + \cos 2x) = 1 - \sin x$ می‌شود.

مثال: معادله تفاضلی $y' = \frac{2x}{1-y}$ را حل کنید.

حل: به جای $y' = \frac{dy}{dx}$ قرار دهیم. $\frac{dy}{dx} = \frac{2x}{1-y}$ می‌شود. $(1-y) dy = 2x dx$ می‌شود.

مرحله اول: $\int (1-y) dy = \int 2x dx$ می‌شود. $y - \frac{1}{2}y^2 = x^2 + C$ می‌شود.

مرحله دوم: $y - \frac{1}{2}y^2 = x^2 + C$ می‌شود. $2y - y^2 = 2x^2 + 2C$ می‌شود. $y^2 - 2y = -2x^2 - 2C$ می‌شود. $y^2 - 2y + 1 = -2x^2 - 2C + 1$ می‌شود. $(y-1)^2 = -2x^2 - 2C + 1$ می‌شود.

تعریف: تابعی را که در معادله قرار می‌دهیم، باید متغیرهای جدیدی را تعریف کرد که در آن متغیرهای جدید، معادله به فرم ساده‌تری درآید.

مثال: تحقیق کنید تابع $y = \cos x$ جوابی از معادله دیفرانسیل $y'' + y = 0$ است.
 حل: به معادله دیفرانسیل نگاه کنیم نوشته $y'' + y = \cos x$ پس باید از $y = \cos x$ جوابش بگیریم پس داریم

$$y = \cos x$$

$$\rightarrow y' = -\sin x$$

$$\rightarrow y'' = -\cos x$$

حالا هم y را هم y'' را داریم به جای در معادله دیفرانسیل قرار دهیم و به سمت راست نقلی جواب بگیریم

$$\xrightarrow[\text{در معادله دیفرانسیل}]{\text{جایگذاری}} -\cos x + \cos x = 0$$

✓ مقدار است

مثال: تحقیق کنید $y = e^{3x}$ جوابی از معادله دیفرانسیل $y'' - 2y' + 3y = 0$ است.
 حل: به معادله دیفرانسیل نگاه کنیم باید y و y' را داشته باشیم پس از تابع $y = e^{3x}$ جوابش بگیریم پس داریم

$$y = e^{3x}$$

$$\rightarrow y' = 3e^{3x}$$

$$(e^{ax})' = a e^{ax}$$

$$\rightarrow y'' = 3 \times 3 e^{3x} \rightarrow y'' = 9e^{3x}$$

حالا در معادله دیفرانسیل y و y' را جایگذاری کنیم باید سمت راست به صفر برسد

$$\xrightarrow[\text{در معادله دیفرانسیل}]{\text{جایگذاری}} 9e^{3x} - 2(3e^{3x}) - 3(e^{3x}) = 0$$

$$= 9e^{3x} - 6e^{3x} - 3e^{3x} = 9e^{3x} - 9e^{3x} = 0$$

✓ مقدار است

مثال: تحقیق کنید تابع $y = \tan x + 2$ جوابی از معادله دیفرانسیل $y' - \sec^2 x = 0$ است.
 حل: در معادله دیفرانسیل y یا y' را نداریم پس از تابع $y = \tan x + 2$ جوابش بگیریم

$$y = \tan x + 2$$

$$\rightarrow y' = \sec^2 x + 0$$

$$\xrightarrow[\text{در معادله دیفرانسیل}]{\text{جایگذاری}} \sec^2 x - \sec^2 x = 0$$

✓ مقدار است

$$y = \frac{x}{2} + \frac{c}{x}$$

$$y' = \frac{1}{2} - \frac{c}{x^2}$$

مثال: تحقیق کنید $y = \frac{x}{2} + \frac{c}{x}$ جوابی از معادله دیفرانسیل $xy' = n - y$ است.
 حل: به معادله دیفرانسیل نگاه کنیم باید از y و y' جواب بگیریم

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{x}{2} + \frac{c}{x} \right) = \frac{1}{2} - \frac{c}{x^2}$$

$$\rightarrow \frac{1}{2} - \frac{c}{x^2} = \frac{n - (\frac{x}{2} + \frac{c}{x})}{x}$$

$$\rightarrow \frac{1}{2} - \frac{c}{x^2} = \frac{n}{x} - \frac{1}{2} - \frac{c}{x^2}$$

$$\rightarrow \frac{1}{2} - \frac{c}{x^2} = \frac{n}{x} - \frac{1}{2} - \frac{c}{x^2}$$

$$xy' = n - y$$

$$x \left(\frac{1}{2} - \frac{c}{x^2} \right) = n - \left(\frac{x}{2} + \frac{c}{x} \right) \rightarrow \frac{x}{2} - \frac{c}{x} = n - \frac{x}{2} - \frac{c}{x}$$

$$\frac{x}{2} - \frac{c}{x} = n - \frac{x}{2} - \frac{c}{x}$$

$$\frac{x}{2} - \frac{c}{x} = n - \frac{x}{2} - \frac{c}{x}$$

در سمت راست $\frac{x}{2}$ را با $\frac{x}{2}$ جمع می‌کنیم و در سمت چپ $\frac{x}{2}$ را با $\frac{x}{2}$ جمع می‌کنیم و $\frac{c}{x}$ را با $\frac{c}{x}$ جمع می‌کنیم و n را به سمت راست می‌بریم